**Regras de derivação**

a) Se f (x) = a, então f ' (x) = 0.

b) Se f (x) = ax, então f ' (x) = a.

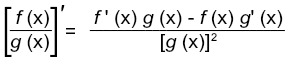
c) (Regra do tombo) Se f (x) = xa, então f ' (x) = a·xa – 1.

d) (Derivada da soma) [f (x) + g (x)]' = f ' (x) + g' (x).

e) [af (x)]' = a·f ' (x).

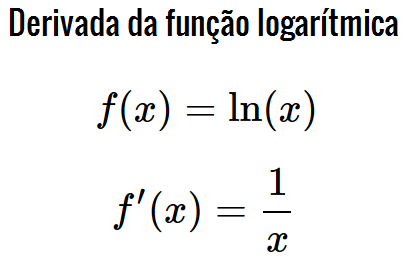
f) (Regra do produto) [f (x) g (x)]' = f ' (x) g (x) + f (x) g' (x).

g) (regra do quociente):



**Derivadas das funções trigonométricas**

|  |  |
| --- | --- |
| Funções | Derivadas |
| y = sen x | y’ = cos x |
| y = cos x | y’ = – sen x |
| y = tg x | y’ = sec2 x |
| y = cotg x | y’ = – cossec2  x |
| y = sec x | y’ = sec x.tg x |
| y = cossec x | y’ = – cossec x.cotg x |





**A regra da cadeia**

No estudo das derivadas a regra da cadeia é uma ferramenta muito importante, pois ela possibilita derivar funções mais complexas (composição de funções simples). A ideia principal desta regra é abrir essas funções complicadas na composição de funções simples em que sabemos suas derivadas.

**Teorema da regra da cadeia**

Seja \displaystyle g uma função diferenciável no ponto \displaystyle x e \displaystyle f diferenciável no ponto \displaystyle g(x), então a composição \displaystyle f\circ g é diferenciável no ponto \displaystyle x é

\displaystyle h'(x)=(f\circ g)'(x)=f'(g(x))\cdot g'(x) .

Em outras bibliografias, temos também a regra da cadeia escrita da seguinte forma:

\displaystyle \frac{d\, f(g(x))}{dx}=\frac{d\, f(u)}{du}\cdot \frac{d\, u}{dx}

onde \displaystyle u=g(x), ou ainda, de forma mais simplificada

\displaystyle \frac{dy}{dx}=\frac{d\, y}{du}\cdot \frac{d\, u}{dx}

**Exemplos**

1) Determine a derivada da função \displaystyle y=cos(x^{3}) .

O primeiro passo é identificar a composição da função:

\displaystyle f(u)=cos(u) ;

\displaystyle g(x)=x^{3} .

O segundo passo é derivar cada uma das funções simples separadamente:

\displaystyle f'(u)=-sen(u) ;

\displaystyle g'(x)=3x^{2} .

O terceiro passo é substituirmos na fórmula da regra da cadeia:

\displaystyle y'(x)=f'(u)\cdot g'(x)=-sen(u)\cdot 3x^{2} .

Por fim, substituir a função auxiliar \displaystyle u=g(x) e simplificar a solução

\displaystyle y'(x)=-sen(x^{3})\cdot 3x^{2}

\displaystyle y'(x)=-3x^{2}sen(x^{3}) .

2) Determine a derivada da função \displaystyle y=ln(\sqrt[3]{e^{x}+1}) .

Observe que essa função é formada pela composição de 3 funções simples. Assim, devemos aplicar a regra da cadeia duas vezes.

O primeiro passo é identificar a composição das funções simples:

\displaystyle f(u)=ln(u) ;

\displaystyle g(v)=\sqrt[3]{v} ;

\displaystyle t(x)=e^{x}+1 .

onde \displaystyle u=g(v) e \displaystyle v=t(x).

O segundo passo é derivar cada uma das funções simples separadamente:

\displaystyle f'(u)=\frac{1}{u} ;

\displaystyle g'(v)=\frac{1}{3}v^{-\frac{2}{3}} ;

\displaystyle t'(x)=e^{x} .

O terceiro passo é substituirmos na fórmula da regra da cadeia:

\displaystyle y'(x)=f'(u)\cdot g'(v)\cdot t'(x)=\frac{1}{u}\cdot \frac{1}{3}v^{-\frac{2}{3}}\cdot e^{x} .

Por fim, substituir as funções auxiliar \displaystyle u=g(v), \displaystyle v=t(x) e simplificar a solução

\displaystyle y'(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{v}}\cdot \frac{1}{3}(e^{x}+1)^{-\frac{2}{3}}\cdot e^{x}

\displaystyle y'(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{e^{x}+1}}\cdot \frac{1}{3}(e^{x}+1)^{-\frac{2}{3}}\cdot e^{x}

\displaystyle y'(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{e^{x}+1}}\cdot \frac{1}{3\sqrt[3]{(e^{x}+1)^{2}}}\cdot e^{x}

\displaystyle y'(x)=\frac{e^{x}}{3(e^{x}+1)}

**Exercícios**

Resolva as seguintes derivadas seguindo a regra da cadeia:

a) f(x) = ( 2x – 7 )3

b) g(x) = 3 (9x – 4)4

c) f(t) = (9t + 2)2/3

d)http://engenhariaexercicios.com.br/wp-content/uploads/2017/02/word-image-61.png

e) http://engenhariaexercicios.com.br/wp-content/uploads/2017/02/word-image-62.png

f)http://engenhariaexercicios.com.br/wp-content/uploads/2017/02/word-image-63.png

g) f(x) = e2x – 3

h) f(x) = 

i) f(x) = esenx + sen(ex)

j) f(x) = sen2x + sen(2x)

k) f(x) = ln(3x2 + 5x – 1)

l) f(x) = tg(√x)

m) f(x) = sen(√3x2 – 5)

n) f(x) = sen(sen(sen(x)))

o) f(x) = cos(sen(cos(x)))